



TITLE:

巨視的量子トンネル現象(低温,第
41回物性若手夏の学校(1996年度))

AUTHOR(S):

多々良, 源

CITATION:

多々良, 源. 巨視的量子トンネル現象(低温,第41回物性若手夏の学校
(1996年度)). 物性研究 1996, 67(2): 244-251

ISSUE DATE:

1996-11-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/95937>

RIGHT:

巨視的量子トンネル現象

大阪大学理学部 多々良 源

1 巨視的量子トンネル現象とは

巨視的量子トンネル現象とは文字どおり、巨視的なスケールでおきる量子トンネルである[1]。ただし巨視的といってもトンネルする物体が大きくなるにしたがって量子トンネルの確率は指数関数的に小さくなっていくので、ここでいう「巨視的」とは原子スケールからみてという意味であり、具体的に考えるのは実際に観測するタイムスケール(例えば $10^{-9} \sim 10^6$ 秒)で量子トンネルがおきるような系、例えば 1μ 程度のいわゆるメゾスコピックな物体である。なお、巨視的量子トンネル現象(Macroscopic Quantum Tunneling)はしばしば略して MQT とよばれる。また巨視的な物体が2つあるいはそれ以上の等価な準位の間を量子トンネルによってコヒーレントに振動している場合を特に巨視的量子コヒーレンス(Macroscopic Quantum Coherence, MQC)と、MQTと区別して呼ぶこともある。以下では、巨視的トンネル現象という用語を主に巨視的量子コヒーレンスも含めた意味で用いる。

MQTの興味としてはまず第一に「巨視的」な物体が障壁を通り抜けること自体があげられよう。ミクロな物体が量子的にふるまうのは当然であるが、ある程度大きな物体がトンネルを起こすのを実際にみるのは驚きを感じることにいえよう。この点については技術の発展による面も大きく、例えば記憶素子としては磁性体が長い間用いられてきているが、これまでは磁性体は古典的な存在として扱えば十分であった。しかし最近、微細加工、低温精密測定技術の進歩により、微小な磁性体の磁化や、磁壁が量子的にふるまうのを現実に見ることができるようになってきたのである。

また2つめに、量子トンネルに対する他の自由度の効果があげられる。トンネルを起こす自由度以外の自由度を外界とよぶが、この例としては、金属中では伝導電子、フォノンなどがあり、また磁性体ではスピン波などがある。これらの自由度はトンネルする自由度と相互作用し、そのポテンシャルを変形したりするが、特に巨視的量子トンネルで重要となる新しい効果は、摩擦である。摩擦はある自由度が運動する際に外界を引きずることによって生じるのであるが、量子的な運動の場合にも摩擦がありうる。したがって巨視的量子トンネルは摩擦のある量子的運動という、アカデミックに新しいテーマであるわけである。この問題は Caldeira と Leggett によって 1981 年に議論され [2]、巨視的量子トンネルが注目されるきっかけとなった¹。結論からいえば摩擦は古典的運動に対してと同じように、量子的運動を妨げるのであるが、この効果も外界の低エネルギー励起の様子を反映し、多彩な現れ方をする。摩擦はもちろんマクロな系にもミクロな系にも存在するが、特に巨視的量子トンネルにおいて摩擦が重要となるのは、量子トンネルにおける摩擦を議論するためには、トンネルする自由度と外界との自由度の分離ができている必要があるからである。例えば、外界との相互作用でもとの自由度の個性が失われてしまうような完全にミクロな自由度では、外界を引きずったトンネル現象という描像が適当でなく、集団的な別の変数で現象をみる必要があろう。この点からすると、後にとりあげる金属中にいれたミュオンやプロトンなどの量子トン

¹ 正確にいうとそれ以前にも摩擦を扱った仕事はあるが、明解な形に表し、またトンネル現象にそれを応用したのは彼らが最初である。

ネルによる運動も巨視的量子トンネルの一種と考えても良い。この場合対象はミクロであるが、まわりの伝導電子の外界と比べて質量が重い（ミュオンは電子の200倍）ため、外界とは明確に区別されるからである。

3つめに、巨視的量子トンネルの当初からの興味として、量子力学の基礎や、観測理論との関連がある。例えば巨視的な物体に量子力学を適用できるかという問題である。もちろん自由度の大きさ N に対して量子的コヒーレンスの度合いは e^{-N} のように急速に小さくなってゆくので、例えば $N \sim 10^{23}$ というマクロな系では、もし量子力学が適用できるとしても、通常は宇宙の年齢と比べてずっと長い時間のスケールでないと量子的なふるまいは現れず、実質的に系は古典化しているはずである。したがって、「シュレディンガーのねこ」が生きている状態と死んでいる状態の重ね合わせである可能性などは現実には考えなくても良いともいえる。しかし量子論の体系を理解する上で、マクロ系に量子力学が適用できるかどうかを議論するのは意味があろう。実際、後で紹介するように、摩擦が系の量子コヒーレンスを完全に壊して古典化させる場合があることがわかっている。したがって、1つの可能性として、ねこのようなマクロ系には摩擦の効果が効いているため、厳密な意味で古典的になっているということもあり得る。この問題についても最近、実験技術の発展によって新しい試みが行われている。

巨視的量子トンネルを起こす系の例としては、超伝導体のジョセフソン接合における超伝導の位相の運動、金属中に入れられた μ 粒子やプロトンなどの運動、金属中の電荷密度波、スピン密度波の運動、また、磁性体中の磁壁や超流動体、第2種超伝導体中の渦糸などのソリトンの生成と運動、さらにはトンネル現象による宇宙の生成などたくさんの例がある [1]。現時点では、磁壁や渦糸の量子トンネルではセミマクロな系のトンネル現象それ自体の興味が大きく、一方金属中の μ 粒子の場合は、量子的運動の際の摩擦がはっきりと実験で確認された典型的な例であり、摩擦が興味の主体であるといえよう。

以下ではまず、巨視的量子トンネル現象の経路積分形式による扱いを紹介し、外界から生じる摩擦の効果を議論し、その後で巨視的量子トンネルの具体例をとりあげよう。ここで紹介できなかった各々の問題の詳細については各文献を参照していただきたい。

2 量子論における摩擦

我々の日常住んでいる古典的な世界の物体の運動では、摩擦の効果が重要になっていることが多い。例えば机の上にのせた物体の運動、雨粒の落下などすべて摩擦が効いている。摩擦とはミクロにみれば、2つの物体の界面の原子、分子が、分子間力（ファンデアワールス力、電磁相互作用など）で引き合うことから生じている。すると対象となる物体を小さくしていった場合も、他の自由度と相互作用している限り摩擦は存在するはずである。この、注目している自由度以外の自由度を外界とよぶ。ではこの物体が十分に小さく、ついに量子的な運動をはじめた場合に、摩擦の効果はどう効くのであろうか？特に、典型的な量子現象であるMQTでは、自由度が古典的には許されない領域を通り抜けることになるが、その際に摩擦はどうきくのであろうか？直感的には、摩擦は古典的な運動を妨げるので、量子的運動に対してもそれを妨げる方向にはたらくと期待される。本節では、この、量子トンネル現象に対する摩擦の効果を調べる。

摩擦のある量子論を考える上で、1つ困難がある。例として質量 M をもつ粒子（その位置を X とする）のポテンシャル $V(X)$ 中での摩擦のある運動を考えよう。古典的な運動に対

する方程式は、

$$M \frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{\partial V(X)}{\partial X} = -\eta \frac{dX}{dt}, \quad (1)$$

である。摩擦を表すのは右辺の項で、ここでは雨粒の落下などの例に広くみられる速度に比例した摩擦力（Ohmicな摩擦とよばれる）の場合を考えた。 η は摩擦係数である。この系を量子化するには、その変分からこの方程式が導かれるような作用 (action) をもってきて、粒子の通る全ての経路についてその作用で決まる重みをかけて足しあわせるという操作（経路積分）を行えばよい [3]。たとえば (1) 式の左辺をだすような作用は $S = \int dt [(M/2)(dX/dt)^2 - V(X)]$ である。ところが摩擦力を導くような作用は簡単にはつくりえない。なぜなら、無理につくろうとすると $\eta \int dt X(dX/dt)$ の形になるが、これは $\eta \int dt (1/2)(d(dx/dt)^2)/dt = 0$ となり（時間無限遠での周期的境界条件があれば）消えてしまうからである。作用がわからなければ、その量子論も経路積分によって簡単につくるといふわけにはいかない。ではどうすれば摩擦を取り込んだ量子論がつかれるであろうか？この問題に解決を与えたのが Caldeira と Leggett [2] である。次節でその理論を紹介しよう。

2.1 調和振動子の外界による摩擦

摩擦は、本来他の自由度（外界）との相互作用から生じるものであるので、注目する変数と外界が相互作用しあっている系から出発して、外界の自由度を消去すれば、摩擦の効果が取り込めるはずである。このことを確かめるためのモデルとして、変数 X が調和振動子の集合 $\{x_\alpha\}$ と相互作用している場合を考える。振動子を表す添字 α は、例えば外界がフォノンの場合ではその運動量などに対応する。相互作用を、 X と x_α について線形とし、その結合定数を c_α と書くと、ラグランジアンは

$$L = \frac{M}{2} \dot{X}^2 + V(X) + \sum_\alpha \left(\frac{m_\alpha}{2} \dot{x}_\alpha^2 + \frac{m_\alpha}{2} \omega_\alpha^2 x_\alpha^2 \right) + \sum_\alpha c_\alpha x_\alpha X, \quad (2)$$

である。この系の作用は L の時間積分で与えられ、分配関数は

$$Z = \int DX D x_\alpha \exp \left(-\frac{1}{\hbar} \int_0^{\beta \hbar} d\tau L[X, x_\alpha] \right), \quad (3)$$

とかける。ここで $DX, D x_\alpha$ は $X(\tau), x_\alpha(\tau)$ の動いていく経路についての積分である。ここで式 (3) に温度 T を導入したが、これは変数 X と外界 x_α がさらに別の熱浴に接していると仮定していることによる。実際、通常の実験状況ではそうっており、例えば、金属中のミュオンとその外界である伝導電子の量子トンネルの場合は、それらの系はより大きな熱浴により測定の間、一定の温度に保たれている。ラグランジアン (2) は外界 x_α について 2 次形式なので、外界の積分は Gauss 積分で厳密に行える。その結果は、

$$\begin{aligned} Z &= \int DX \exp \left[-\frac{1}{\hbar} (S_0[X] + \Delta S[X]) \right], \\ S &= \int d\tau \left[\frac{M}{2} \dot{X}^2 + V(X) \right] \\ \Delta S &= -2 \int d\tau \int d\tau' X(\tau) X(\tau') K(\tau - \tau'), \end{aligned} \quad (4)$$

である。ただし $K(\tau) \equiv (1/\beta\hbar) \sum_{\omega_\ell} e^{i\omega_\ell \tau} K(\omega_\ell)$,

$$K(\omega_\ell) \equiv \sum_{\alpha} \frac{c_{\alpha}^2}{4m_{\alpha}} \frac{1}{\omega_{\ell}^2 + \omega_{\alpha}^2}, \quad (5)$$

である。ただし $\omega_{\ell} \equiv (2\pi\ell/\beta\hbar)$, $\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ で、絶対零度では ω_{ℓ} についての和は積分になる。 ΔS をよくみると、同時刻の $X(\tau)$ のみを含む部分と、異なる時刻の $X(\tau)$ 、 $X(\tau')$ を含む部分とに分けられる。実際、 $2X(\tau)X(\tau') = (X(\tau)^2 + X(\tau')^2) - (X(\tau) - X(\tau'))^2$ の恒等式を用い、 $(1/\beta\hbar) \int_0^{\beta\hbar} d\tau e^{i\omega_{\ell}\tau} = \delta_{\ell,0}$ に注意すると、

$$\Delta S = -2K_0 \int d\tau X(\tau)^2 + \int d\tau \int d\tau' (X(\tau) - X(\tau'))^2 K(\tau - \tau'), \quad (6)$$

とかける。ただし $K_0 \equiv K(\omega_{\ell} = 0)$ 。この第一項は外界との相互作用による X のポテンシャルの変形を表す。つまり外界のもとでは X は

$$\tilde{V}(X) \equiv V(X) - 2K_0 X^2, \quad (7)$$

のポテンシャルを感じるわけである。 ΔS の第2項を ΔS_{dis} とかくと、結局、 X の運動を決める作用は、

$$\begin{aligned} S_{\text{eff}} &= \tilde{S} + \Delta S_{\text{dis}}, \\ \tilde{S} &= \int d\tau \left(\frac{M}{2} \dot{X}^2 + \tilde{V}(X) \right), \\ \Delta S_{\text{dis}} &= \int d\tau \int d\tau' (X(\tau) - X(\tau'))^2 K(\tau - \tau'), \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

さて ΔS_{dis} であるが、これは異なる時間の間の相互作用 (遅延効果、retardation) を表す項である。実は、この項が外界による摩擦を表していることがわかる。それをみるためには $K(\tau)$ を書き換えて、

$$K(\tau) = \int_0^{\infty} d\omega J(\omega) e^{-\omega|\tau|}, \quad (9)$$

と書くとわかりやすい。ここで $J(\omega)$ は spectral density とよばれ、外界の励起のエネルギー分布を表す；

$$J(\omega) \equiv \sum_{\alpha} \frac{|c_{\alpha}|^2}{8m_{\alpha}\omega_{\alpha}} \delta(\omega - \omega_{\alpha}). \quad (10)$$

ここで $J(\omega)$ が ω の関数として線形になっている場合

$$J(\omega) = \frac{\eta}{2\pi} \omega, \quad (11)$$

を考えてみよう。ここで η は定数。後にみるように線形の $J(\omega)$ は外界がフェルミ面をもつ場合に通常あらわれる。このとき、

$$K(\tau) = \frac{\eta}{2\pi} \int_0^{\infty} d\omega \omega e^{-\omega|\tau|} = \frac{\eta}{2\pi} \frac{1}{\tau^2}, \quad (12)$$

となる。従って外界による遅延効果を表す項、

$$\Delta S_{\text{dis}} = \frac{\eta}{2\pi} \int d\tau \int d\tau' \frac{(X(\tau) - X(\tau'))^2}{(\tau - \tau')^2}, \quad (13)$$

は異なる時間の間の τ^{-2} の巾乗相互作用を表す。この τ^{-2} 相互作用の意味をみるために、この項の運動方程式への寄与をみてみよう。それは

$$\begin{aligned}\frac{\delta \Delta S_{\text{dis}}}{\delta X} &= \frac{\eta}{\pi} \int d\tau' \frac{(X(\tau) - X(\tau'))}{(\tau - \tau')^2} \\ &= \frac{\eta}{\pi \sqrt{\beta \hbar}} \sum_{\omega_\ell} X_\ell e^{-i\omega_\ell \tau} \int d\tau'' \frac{(1 - e^{-i\omega_\ell \tau''})}{(\tau - \tau'')^2} \\ &= i\eta \dot{X},\end{aligned}\tag{14}$$

となることがわかる。従って外界を積分した後の系 (8) の最終的な運動方程式は、

$$M\ddot{X} - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial X} - i\eta \dot{X} = 0,\tag{15}$$

である。 $\tau \rightarrow it$ と置き換えることで実時間に移ると、この式はまさに式 (1) になっていることがわかる。したがって、 τ^{-2} 型の巾乗相互作用をもつ作用 (13) は速度に比例した Ohmic な摩擦を表すことがわかった。この Ohmic な摩擦は量子的な運動に対して強い効果を及ぼし、豊富な現象を生み出す。

結局、摩擦力は時間の奇数回微分を含み、従って時間の対称性を破る項なので、局所的な作用では表せず、長時間相互作用としてしか表せなかったのである。平衡系の統計力学（虚時間の経路積分）の範囲で、摩擦というエネルギーの一方的な流れが現れたのは、形式的には外界を無限自由度系とし、先に消去してしまったことに起因している。それは外界との相互作用によって X の基底状態が変えられ、その際の余分なエネルギーを外界に逃がしたためと解釈できる。エネルギーが外界に流れること ((1) 式で η の前の係数が負であること) と、摩擦を表す作用 ΔS_{dis} が正定値であることとは関係している。これは一般的にいえることで、2 次摂動でてくる有効作用は、ポテンシャル部分（時間で局所的な部分）はマイナス符号（エネルギーを下げる）で、残りの摩擦を表す項は正の符号をもつ。

例として 3 次元の縦波フォノン場の場合を考えよう。変位場を $u(x, \tau)$ で表すと、その虚時間でのラグランジアンは、

$$L_{ph} = \sum_{\mathbf{k}} \frac{m_{ph}}{2} (\dot{u}_{\mathbf{k}}^2 + (ck)^2 u_{\mathbf{k}}^2),\tag{16}$$

である。ただし $u_{\mathbf{k}}$ は $u(\mathbf{x})$ の Fourier 変換であり、 $k \equiv |\mathbf{k}|$ 、 c は音速、 m_{ph} は格子をつくる原子の質量密度である。変数 X が格子の体積変化 ($\propto \nabla \cdot \mathbf{u}$) と結合する場合、相互作用項は、

$$H_{int}^{ph} = \frac{g}{V} \sum_{\mathbf{k}} i k u_{\mathbf{k}} X,\tag{17}$$

と表せる (g は結合定数で V は系の体積)。すると、 $\alpha = \mathbf{k}$ 、 $m_\alpha = m_{ph}$ 、 $\omega_\alpha = ck$ 、 $c_\alpha = igk$ というわけで、式 (10) によると、

$$\begin{aligned}J_{ph}(\omega) &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \frac{g^2 k}{8m_{ph}c} \delta(\omega - ck) \\ &= \frac{g^2}{16\pi^2 m_{ph} c^3} \omega^3 \quad (\omega < \omega_D),\end{aligned}\tag{18}$$

が得られる。ただし現実にはデバイエエネルギー ω_D という高エネルギー cutoff が存在するので、 $\omega > \omega_D$ では $J_{ph}(\omega) = 0$ となる。 $J_{ph}(\omega)$ に対するこの ω 依存性を用いて Ohmic の場合と同じような計算をすると、 $K(\tau) \propto \tau^{-4}$ となり、最終的に ΔS_{dis} は運動方程式で、 $(d^3/d\tau^3)X$ に比例した摩擦項を与えることがわかる。この形の摩擦は、super Ohmic 型の摩擦とよばれ、古典的には加速度の項よりも時間の高階微分であるため重要な寄与をしない。また量子的運動に対しても、後にわかるように、Ohmic の摩擦と比べ定性的に弱い効果しかない。

2.2 量子トンネルに対する摩擦の効果

2.2.1 トンネルの抑制

前節までで摩擦の効果が一般的に長時間で時間の巾型になるような相互作用で表せることがわかった。ではいよいよ摩擦がトンネルに及ぼす影響を調べよう。最初に不安定ポテンシャル

$$V(X) = \frac{M}{2}\omega_0^2 \left(X^2 - \frac{X^3}{X_0} \right), \quad (19)$$

での崩壊を考える。例として Ohmic な摩擦を考える。作用は

$$\begin{aligned} S_{eff} &= \tilde{S} + \Delta S_{dis} \\ &= \int d\tau \frac{M}{2} \left[\dot{X}^2 + \omega_0^2 \left(X^2 - \frac{X^3}{X_0} \right) \right] + \frac{\eta}{2\pi} \int d\tau \int d\tau' \frac{(X(\tau) - X(\tau'))^2}{(\tau - \tau')^2}, \end{aligned} \quad (20)$$

である。ただしここでのポテンシャルは外界によるくりこみ ((7) 式の 2 項目) を含んだものとする。以下、摩擦が十分弱い (η が小さい) 場合を考え、 η の最低次でトンネル確率を求めよう。トンネル確率の重要な指数部分はバウンス解 X_B に沿った作用の値で与えられる [3]。この作用の値は摩擦がないときの値を $\tilde{S}[X_B]$ として

$$\begin{aligned} S'_B &= \tilde{S}[X_B] + \Delta S_{dis}[X_B] + O(\eta^2) \\ &= S_B + \frac{\eta}{2\pi} \int d\tau \int d\tau' \frac{(X_B(\tau) - X_B(\tau'))^2}{(\tau - \tau')^2} \\ &= \frac{8}{15} M \omega_0 X_0^2 + \eta X_0^2 A, \end{aligned} \quad (21)$$

となる。ただし $A \simeq 4.2$ 。すると摩擦のあるときのトンネル確率は半古典近似の最低次で

$$\Gamma \sim \omega_0 \exp \left[-\frac{8}{15\hbar} M \omega_0 X_0^2 - \frac{\eta}{\hbar} X_0^2 A \right] = \Gamma_0 \exp \left(-\frac{\eta}{\hbar} X_0^2 A \right), \quad (22)$$

となり、 $\exp(-\eta X_0^2 A / \hbar)$ だけ摩擦のないときの確率 Γ_0 に比べて小さくなっている。従って摩擦は、古典的運動の場合と同じく、量子的なトンネル現象による運動も抑制することがわかる。この結果は、摩擦を表す作用 ΔS_{dis} が正定値であることからきている。摩擦が Ohmic でない場合も定性的には同じである。

2.2.2 Ohmic な摩擦によっておこる相転移

次に 2 準位系の量子コヒーレンスに対する Ohmic な摩擦の効果を考えよう。不安定ポテンシャルでの崩壊に対する結果 (22) からすると、2 準位系でも同じようにコヒーレンスの振動数 Δ_0 が小さくなると予想される。しかし実はそれだけでなく、摩擦係数 η の値によって $X = \pm X_0$ のどちらかの底への局在状態への相転移がみられる。

摩擦のあるときのトンネル確率 (コヒーレンスの振動数) は、摩擦を表す作用 ΔS_{dis} を、 X の古典解であるインスタントン [3] で評価すればよいのであった。この際、低エネルギーのふるまいに興味があるので、インスタントンの巾を無視する：

$$X_I(\tau) \simeq \begin{cases} X_0 & (\tau > 0) \\ -X_0 & (\tau < 0) \end{cases} \quad (23)$$

このとき摩擦の項は、

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{dis}}[X_I] &= \frac{\eta}{2\pi} \int d\tau \int d\tau' \frac{(X_I(\tau) - X_I(\tau'))^2}{(\tau - \tau')^2} \\ &\simeq 4\eta X_0^2 \int_{\omega_0^{-1}}^{\tau_c} d\tau \int_{-\tau_c}^{-\omega_0^{-1}} d\tau' \frac{1}{(\tau - \tau')^2} \\ &\equiv \tilde{\eta} \hbar \ln(\tau_c \omega_0), \end{aligned} \quad (24)$$

と近似される。 $\tilde{\eta} \equiv 4\eta X_0^2 / \hbar$ は無次元化された摩擦係数。重要なのは Ohmic な摩擦の効果が長時間で log 発散していることである。ただし式 (24) で短時間の cutoff ω_0^{-1} はインスタントンの巾を無視したため必要となった。また長時間 cutoff として τ_c を導入したが、これは、実際の X の運動は $X = \pm X_z$ の底を振動数 Δ でコヒーレントに振動しているので、摩擦の項の評価に ΔS_{dis} を (23) 式のインスタントン解を用いるのは、 $|\tau| \gtrsim \Delta^{-1}$ では正しくないためである。したがって cutoff を $\tau_c = \Delta^{-1}$ とおくことで、このコヒーレント振動の振動数 (の \hbar 倍) Δ は、摩擦のないときの振動数 Δ_0 を用いて

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_0 e^{-\Delta S_{\text{dis}}[X_I]} \\ &= \Delta_0 \left(\frac{\Delta_0}{\omega_0} \right)^{\tilde{\eta}}, \end{aligned} \quad (25)$$

となる。この式を self-consistent に解くと結果として、

$$\Delta = \Delta_0 \left(\frac{\Delta_0}{\omega_0} \right)^{\frac{\tilde{\eta}}{1-\tilde{\eta}}}, \quad (26)$$

となる。 $(\Delta_0/\omega_0)^{(\tilde{\eta}/(1-\tilde{\eta}))}$ の係数は電子の摩擦から受けた衣による寄与と解釈できる。当然摩擦が弱い極限 ($\tilde{\eta} \rightarrow 0$) では $\Delta \rightarrow \Delta_0$ となる。注目すべき点は $\tilde{\eta} \rightarrow 1$ に伴って $\Delta \rightarrow 0$ となることである (今は 2 準位の近似がよい場合 $\Delta_0 \ll \hbar\omega_0$ を考えている)。つまり $\tilde{\eta}$ が 1 に近づくにしたがって、摩擦の効果により $|\pm X_0\rangle$ の状態のコヒーレンスが壊れてしまう²。したがって $\tilde{\eta} > 1$ の相は $\Delta = 0$ となっており、変数 X が $\pm X_0$ のどちらかの底に局在した古典相になっている。この相ではポテンシャル障壁が有限なのにも関わらず、摩擦のために粒子が動けなくなってしまう。このように、量子コヒーレンスに対しては摩擦の効果は量子相と古典相との相転移を起こすという激しい効果があるのである。

² ただし厳密には $\tilde{\eta} \sim 1$ を議論するには今の摩擦係数の最低次の計算では不十分である。

摩擦の効果は次のようにしても理解できる。まず摩擦項 ΔS_{dis} の評価を $2n$ ケのインスタントからなる接点解 X_{2n} に対しておこなってみよう。関係式

$$(\tau - \tau')^{-2} = \frac{d}{d\tau} \frac{d}{d\tau'} \ln |\tau - \tau'| \quad (27)$$

を用い、部分積分を使うと、摩擦の項は

$$\Delta S_{\text{dis}} = -\frac{\eta}{\pi} \int d\tau \int d\tau' \frac{dX_{2n}(\tau)}{d\tau} \frac{dX_{2n}(\tau')}{d\tau'} \ln(|\tau - \tau'| \omega_0), \quad (28)$$

と書き換えることができる。希薄近似がよく $2n$ ケのインスタントンが互いに十分離れている場合には、 i 番目のインスタントンの位置を τ_i として

$$\frac{dX_{2n}(\tau)}{d\tau} \sim -2X_0 \sum_{i=1}^{2n} (-)^i \delta(\tau - \tau_i), \quad (29)$$

と近似でき、結局摩擦は±の電荷をもった点粒子（インスタントン、反インスタントン）間にはたらく \ln の相互作用

$$\frac{\Delta S_{\text{dis}}}{\hbar} \simeq -2\tilde{\eta} \sum_{i>j} (-)^{i-j} \ln |(\tau_i - \tau_j) \omega_0|, \quad (30)$$

で表わされることになる。この相互作用を見てみると隣り合うインスタントン、反インスタントン間には引力、(反) インスタントン同士には斥力がはたらく。インスタントンと反インスタントンが近づくと対消滅してしまうので、摩擦は(反) インスタントンの数を減らす方向にはたらく。インスタントンの数はコヒーレンスの振動数に比例しているので、結局摩擦によってコヒーレンスの振動数は小さくなるわけである。

摩擦による相転移があるという結果から、マクロな系に量子力学が適用できるかという問題に対して1つの筋書きが考えられる。つまり、もしマクロな系で摩擦が十分強く効いていれば、その系はもはや量子コヒーレンスを全くもたない古典系になっている。現実にはマクロ系では摩擦がなくても系の大きさを N として量子コヒーレンスが $\sim \exp(-N)$ で急速に小さくなるので、実質的には(宇宙の年齢程度の時間を考えても) 古典系になるのであるが、量子系が摩擦によって厳密な意味での古典系になってしまうという可能性は量子力学の基礎を考える上で意味があろう。

参考文献

- [1] 巨視的量子トンネルに関する日本語による解説としては、栗原進編、シリーズ物性物理の新展開「トンネル効果」、丸善(1994); 福山秀敏、固体物理 30, 1 (1995); 多々良源、講談社「大学院物性物理」第3巻第6章、などがある。
- [2] A. O. Caldeira and A. J. Leggett, Phys. Rev. Lett. 46, 211 (1981); A. O. Caldeira and A. J. Leggett: Ann. Phys. 149, 374 (1983).
- [3] S. Coleman, *Aspects of Symmetry*, Chap. 7, Cambridge U.P.(1985); 崎田文二、吉川圭二、「経路積分による多自由度の量子力学」、岩波書店(1986); 永長直人、「物性論における場の量子論」、岩波書店(1995)。